



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

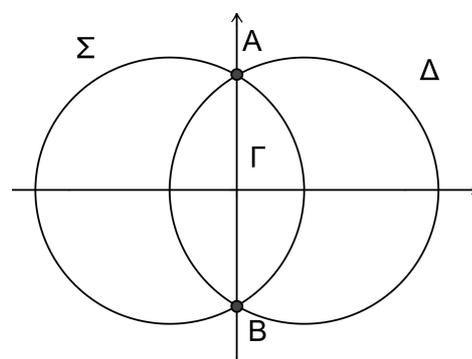
CORSI SPERIMENTALI

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

I due cerchi Σ e Δ , in figura, hanno uguale raggio 4 e i rispettivi centri nei punti $(-2; 0)$ e $(2; 0)$. Con Γ è denotata la loro parte comune e con A e B le intersezioni delle loro circonferenze.



1. Si calcoli l'area di Γ .
2. Fra tutti i rettangoli inscritti in Γ e aventi i lati paralleli agli assi cartesiani, si determini quello di perimetro massimo.
3. Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione di 180° di Γ attorno all'asse x .
4. Preso un punto P sulla circonferenza Σ , si indichi con Q l'ulteriore intersezione della retta PA con la circonferenza Δ . Si provi che il triangolo PQB è equilatero e si determini la posizione di P affinché il triangolo abbia lato massimo.

PROBLEMA 2

Sia Γ la curva d'equazione $y = 2 \ln(x-1)$.

1. Nel piano riferito a coordinate cartesiane Oxy , si disegni Γ . Si scriva l'equazione della curva che è simmetrica di Γ rispetto all'asse y e si scrivano altresì le equazioni delle curve simmetriche di Γ rispetto alle rette $x = 2$ e $y = x$.
2. Si trovi l'equazione della normale a Γ nel suo punto di ascissa $e^2 + 1$ dove e è il numero di Nepero.
3. Si calcoli l'area della regione R del piano delimitata da Γ , dall'asse x e dalla retta $x = e^2 + 1$.
4. La regione R ruotando attorno all'asse y genera il solido Ω . Si calcoli il volume di Ω .



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSI SPERIMENTALI

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Un triangolo ha area 3 e due lati che misurano 2 e 3. Qual è la misura del terzo lato? Si giustifichi la risposta.

2. Si calcoli, giustificando la risposta, il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{2 - \sqrt{3 - x}}}$$

3. La retta tangente al grafico di una funzione $f(x)$ in $x=1$ è $y=3x+2$. Quali sono i valori di $f(1)$ e di $f'(1)$? Se in $x=2$ la retta tangente è $y=-x+5$, quali i valori di $f(2)$ e $f'(2)$?

4. In un gruppo di 10 persone il 60% ha occhi azzurri. Dal gruppo si selezionano a caso due persone. Quale è la probabilità che nessuna di esse abbia occhi azzurri?

5. In un libro si legge: “*Due valigie della stessa forma sembrano “quasi uguali”, quanto a capacità, quando differiscono di poco le dimensioni lineari: non sembra che in genere le persone si rendano ben conto che ad un aumento delle dimensioni lineari (lunghezza, larghezza, altezza) del 10% (oppure del 20% o del 25%) corrispondono aumenti di capacità (volume) di circa 33% (oppure 75% o 100% : raddoppio). È così? Si motivi esaurientemente la risposta.*”

6. Con le cifre da 1 a 7 è possibile formare $7! = 5040$ numeri corrispondenti alle permutazioni delle 7 cifre. Ad esempio i numeri 1234567 e 3546712 corrispondono a due di queste permutazioni. Se i 5040 numeri ottenuti dalle permutazioni si dispongono in ordine crescente qual è il numero che occupa la quinta posizione e quale quello che occupa la 721-esima posizione?

7. Una ellisse ha semiasse maggiore 2 e semiasse minore 1. Qual è la distanza tra i due fuochi?

8. Il coefficiente angolare della tangente al grafico della funzione $f(x)$ è, in ogni suo punto P, uguale al prodotto dell'ascissa x di P per la radice cubica di x . Si determini $f(x)$ sapendo che passa per il punto $A(1; 1)$.

9. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 4 \frac{\sin x \cos x - \sin x}{x^2}$$

10. Sia $f(x) = \ln(\ln(1-x))$; si calcoli la derivata $f'(x)$.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.