



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSI SPERIMENTALI

**Tema di: MATEMATICA**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Sia  $f$  la funzione definita da:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}.$$

1. Si studi  $f$  e se ne tracci il grafico  $\gamma$ , su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali  $Oxy$ .
2. Si scriva l'equazione della retta  $t$  tangente a  $\gamma$  nel punto di flesso. Detti A e B i due punti della curva (distinti dal punto di flesso), nei quali la tangente è parallela a  $t$ , si scriva l'equazione della retta AB e si determini in gradi e primi (sessagesimali) l'ampiezza dell'angolo acuto  $\alpha$  da essa formato con  $t$ .
3. Si verifichi che per la funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $-1 \leq x \leq 1$  vale il teorema di Lagrange, mentre nell'intervallo  $-1 \leq x \leq 4$  non vale il teorema di Rolle e se ne spieghino le ragioni.
4. Si calcoli l'area della parte finita di piano compresa tra la curva  $\gamma$  l'asse  $x$  e le rette di equazione  $x = 3$  e  $x = 4$ .

**PROBLEMA 2**

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{3}tg^3x + tg^2x + tgx$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico  $\gamma$  nell'intervallo  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
2. Si scrivano le



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSI SPERIMENTALI

**Tema di: MATEMATICA**

**QUESTIONARIO**

1. Due osservatori A e B, posti in un campo orizzontale, alla distanza di 500 m, seguono con il cannocchiale di un teodolite, alto 1,50 m, un aeroplano. Quando questo passa per il piano verticale comune di A e B, gli angoli di elevazione sono, rispettivamente, in A di  $80,33^\circ$  e in B di  $70^\circ$ . A quale altezza dal suolo vola l'aeroplano?

2. Si calcoli il limite della funzione  $\frac{e^x - 1 - x}{x^2}$ , quando  $x$  tende a 0.

3. I cateti AB e AC del triangolo rettangolo BAC hanno per misura rispettivamente 1 e 2. Si conduca per il vertice A una retta  $r$  non secante il triangolo e sia B'C' il segmento che si ottiene proiettando ortogonalmente su di essa l'ipotenusa BC. Indicando con  $x$  la misura dell'angolo  $\widehat{CAC'}$ , si determini il valore di  $x$  che corrisponde al massimo dell'area del trapezio BCC'B'.

4. La somma dei quadrati delle due cifre che compongono un certo numero è 61. Il prodotto di questo numero per quello che si ottiene invertendo le cifre è 3640. Qual è il numero?

5. Si consideri la regione R, finita, delimitata nel primo quadrante dagli assi coordinati e dalla parabola  $\gamma$  d'equazione  $y = 3 - x^2$ . Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione completa di R attorno alla retta  $y = 3$ .

6. Si determinino le equazioni degli asintoti della curva:

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - 2x + 5}.$$

7. Si determini il campo di esistenza della funzione:

$$y = \log_{\sin x}(x^2 - 5x + 6), \text{ con } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

8. Il kilogrammo campione è un cilindro di platino-iridio, che ha un diametro di 39 mm ed è alto 39 mm. Qual è la densità in  $\frac{g}{cm^3}$  della lega che è stata usata per costruirlo?

9. Si calcoli il valore medio della funzione:

$$y = x^2 \sqrt{x^3 - 1}$$

nell'intervallo  $1 \leq x \leq 2$ .

10. Un motociclista procede a velocità costante su di una strada statale. Poco dopo la partenza, incontra una pietra miliare con l'indicazione chilometrica scritta con due cifre. Un'ora più tardi, ne nota un'altra con le stesse cifre, ma invertite, e, dopo un'altra ora, ne individua una terza con le due cifre nell'ordine iniziale, ma separate da uno zero. Quale è stata la velocità della moto?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.