

SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI FEBBRAIO 2003

Se gli anni avessero tutti una durata di 365 giorni, essendo $365 \equiv 1 \pmod{7}$ ogni anno che passa sposterebbe il giorno della settimana del nostro compleanno di un posto; quindi ogni 7 anni a partire dalla data di nascita tutti festeggerebbero il compleanno nello stesso giorno della settimana in cui sono nati.

La presenza degli anni bisestili porta invece alle seguenti considerazioni:

1) Caso: la data è compresa tra il 1° gennaio e il 28 febbraio

Sottocaso a) la data di nascita cade in un anno bisestile :

- dopo 1 anno il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 2 posti (il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 2 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 3 posti;
- dopo 3 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 4 posti;
- dopo 4 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti;
- dopo 5 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 7 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

Sottocaso b) la data di nascita cade a distanza di 1 anno da un anno bisestile :

- dopo 1 anno il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 1 posto (il 31 dicembre dell'anno precedente fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 2 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 2 posti;
- dopo 3 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 3 posti;
- dopo 4 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti (il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 5 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 6 posti;
- dopo 6 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 7 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

Sottocaso c) la data di nascita cade a distanza di 2 anni da un anno bisestile :

- dopo 1 anno il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 1 posto (il 31 dicembre dell'anno precedente fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 2 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 2 posti;
- dopo 3 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 4 posti (il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti); ;
- dopo 4 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti;
- dopo 5 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 6 posti;
- dopo 6 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 7 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

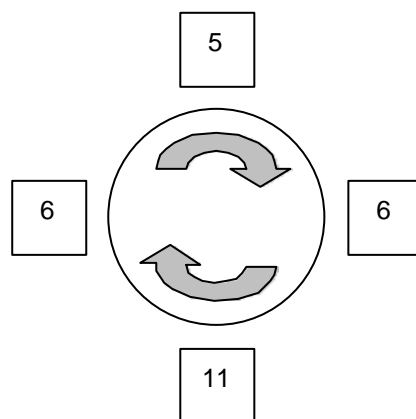
Sottocaso d) la data di nascita cade a distanza di 3 anni da un anno bisestile :

- dopo 1 anno (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 1 posto
(il 31 dicembre dell'anno precedente fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 2 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 3 posti
(il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 3 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 4 posti
- dopo 4 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti;
- dopo 5 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 6 posti;
- dopo 6 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 8 posti
(il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 7 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 9 posti
- dopo 8 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 10 posti;
- dopo 9 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 11 posti;
- dopo 10 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 13 posti
(il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 11 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 14 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

Osserviamo che:

il sottocaso a) termina con un anno che rientra nel sottocaso b);
il sottocaso b) termina con un anno che rientra nel sottocaso d);
il sottocaso c) termina con un anno che rientra nel sottocaso a);
il sottocaso d) termina con un anno che rientra nel sottocaso c);

se ne conclude che per una data di nascita compresa tra il 1 gennaio e il 28 febbraio si ritrova il giorno della nascita ciclicamente con intervalli di anni:



2) Caso: la data è compresa tra il 1° marzo e il 31 dicembre

Sottocaso a) la data di nascita cade in un anno bisestile :

- dopo 1 anno il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 1 posto (il 31 dicembre dell'anno bisestile fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 2 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 2 posti;
- dopo 3 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 3 posti;
- dopo 4 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti (il 29 febbraio dell'anno bisestile e il e il 31 dicembre dell'anno precedente fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 5 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 6 posti;
- dopo 6 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 7 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

Sottocaso b) la data di nascita cade a distanza di 1 anno da un anno bisestile :

- dopo 1 anno il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 1 posto (il 31 dicembre dell'anno precedente fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 2 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 2 posti;
- dopo 3 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 4 posti (il 29 febbraio dell'anno bisestile e il e il 31 dicembre dell'anno precedente fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 4 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti (il 31 dicembre dell'anno bisestile fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 5 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 6 posti;
- dopo 6 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 7 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

Sottocaso c) la data di nascita cade a distanza di 2 anni da un anno bisestile :

- dopo 1 anno il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 1 posto (il 31 dicembre dell'anno precedente fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 2 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 3 posti (il 29 febbraio dell'anno bisestile e il 31 dicembre dell'anno precedente fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 3 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 4 posti (31 dicembre dell'anno bisestile fa slittare il compleanno di 1 posto);
- dopo 4 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti;
- dopo 5 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 6 posti;
- dopo 6 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 8 posti (il 29 febbraio dell'anno bisestile e il 31 dicembre dell'anno precedente fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 7 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 9 posti
- dopo 8 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 10 posti;
- dopo 9 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 11 posti;

- dopo 10 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 13 posti (il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 11 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 14 posti, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita, ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

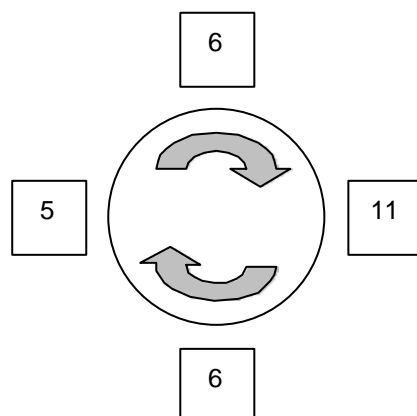
Sottocaso d) la data di nascita cade a distanza di 3 anni da un anno bisestile :

- dopo 1 anno (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 2 posti (il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti);
- dopo 2 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 3 posti
- dopo 3 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 4 posti
- dopo 4 anni il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 5 posti;
- dopo 5 anni (anno bisestile) il giorno della settimana del compleanno si è spostato di 7 posti (il 29 febbraio e il 31 dicembre dell'anno bisestile fanno slittare il compleanno di 2 posti); ed è quindi tornato il giorno della settimana della nascita.

Osserviamo che:

il sottocaso a) termina con un anno che rientra nel sottocaso c);
 il sottocaso b) termina con un anno che rientra nel sottocaso d);
 il sottocaso c) termina con un anno che rientra nel sottocaso b);
 il sottocaso d) termina con un anno che rientra nel sottocaso a);

se ne conclude che per una data di nascita compresa tra il 29 febbraio e il 31 dicembre si ritrova il giorno della nascita ciclicamente con intervalli di anni:



Per le due osservazioni fatte si ha ogni $6+11+6+5=28$ anni sia nel primo che nel secondo caso ci si ritrova a festeggiare il compleanno nel giorno della settimana nel quale si è nati. Tale valore è il valore minimo richiesto: infatti un tale valore deve concordare con ognuno degli 8 sottocasi deve quindi essere il più piccolo risultato comune delle somme del tipo:

$$5 + 6 + 11 + 6 + 5 + 6 + \dots$$

$$6 + 11 + 6 + 5 + 6 + 11 + \dots$$

$$11 + 6 + 5 + 6 + 11 + 5 + \dots$$

$$6 + 5 + 6 + 11 + 5 + 6 + \dots$$

ottenute sommando (parzialmente) ciclicamente i numeri 5, 6, 11 e 6 cambiando ogni volta il termine di partenza.

Per quanto riguarda i nati il 29 febbraio non è difficile provare che dopo ogni successivo anno bisestile il giorno della settimana si sposta di 5 posti; allora si ritrova lo stesso giorno della nascita minimo dopo 7 anni bisestili ovvero anche in questo caso dopo 28 anni.

OSSERVAZIONE FINALE .

Nella risoluzione del problema si è supposto che ogni 4 anni ci sia un anno bisestile; ciò non concorda esattamente con il calendario gregoriano, il quale prevede che gli anni centenari non multipli di 400 non devono essere considerati bisestili (il 1600 e il 2000 sì, il 1700, il 1800 e il 1900 no). Se si introduce questo ulteriore vincolo il problema diventa più complesso e gli intervalli temporali vanno ricercati tra numeri molto più grandi dell'esistenza di un essere umano. Nella tabella che segue sono rappresentati gli intervalli di tempo che riportano il giorno della settimana a quello della nascita per due persone nate rispettivamente il 1° gennaio 1898 e il 1° gennaio 1910.

nati il 1 gennaio 1898	nati il 1 gennaio 1910
12	6
18	11
23	17
29	28

40	34
46	39
51	45
57	56
68	62
74	67
79	73
85	84
96	90
102	95
107	101
113	112
124	118
130	123
135	129
141	140
152	146
158	151
163	157
169	168
180	174
186	179
191	185
197	191
203	197
209	208
220	214
226	219

Concludendo se si vuole collocare il problema nell'ambito del calendario gregoriano la soluzione trovata di 28 anni risulta valida ad esempio per i nati dal 1° gennaio 1901 al 31 dicembre del 2072.