

E' una successione monotona infatti

$a_n > a_{n-1}$ perché

$$a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-1}} > a_{n-1}$$

una successione monotona limitata è sempre convergente ad un limite finito l :

quindi $\forall \varepsilon > 0 \exists n_\varepsilon : a_n - a_{n-1} < \varepsilon$

$$\text{ma } a_n - a_{n-1} = \frac{1}{a_{n-1}} > 1 \quad a_n - a_{n-1} = \frac{1}{a_{n-1}} > \frac{1}{l}$$

quindi non può essere limitata.

Dimostriamo che $a_{100} > 14$

Ecco un programmino in c++ per calcolare a_{100}

```
-----  
#include <stdio.h>  
  
void main()  
{  
    FILE *st;  
    st=fopen("numero.doc","w+");  
    unsigned char i;  
    float numero=1;  
    for(i=0;i<100;i++)    numero=numero+1/numero;  
  
    fprintf(st,"%f",numero);  
}
```

Il risultato è

14.284067

risultato approssimato ma molto vicino al risultato giusto. Solo le ultime 2 cifre sono incerte.

2,5
2,9
3,244827586
3,55301037
3,834461843
4,095254632
4,339439693
4,56988419
4,788708116
4,997532704
5,197631445
5,390026772
5,575554607
5,754908962
5,928673657
6,097345447
6,261351244
6,421061179
6,576798677
6,728848337
6,877462178
7,02286465
7,165256686
7,304819028
7,441714959
7,576092586
7,708086749
7,837820629
7,965407116
8,090949977
8,214544858
8,336280148
8,456237729
8,574493629
8,691118591
8,806178579
8,919735213
9,031846165
9,1425655
9,251943989
9,360029381
9,466866653
9,572498224
9,676964162
9,780302356
9,882548683
9,983737155
10,08390005
10,18306803
10,28127026
10,37853451
10,47488722
10,57035364
10,66495786

10,75872288
10,85167072
10,94382242
11,03519818
11,1258173
11,21569834
11,30485908
11,39331662
11,48108737
11,56818714
11,65463111
11,74043391
11,82560963
11,91017187
11,99413372
12,07750781
12,16030635
12,24254112
12,32422351
12,40536452
12,48597481
12,56606467
12,64564408
12,72472269
12,80330987
12,88141467
12,95904589
13,03621207
13,11292147
13,18918213
13,26500184
13,34038818
13,41534852
13,48989001
13,56401959
13,63774405
13,71106996
13,78400373
13,85655159
13,92871962
14,00051373
14,07193968
14,14300309
14,21370943

